MODELAGEM DA RELAÇÃO ALTURA-DIÂMETRO EM UM MONOCULTIVO DE *Eucalyptus grandis* X *Eucalyptus urophylla*

Eduarda Ranção Costa[1], Lara Pinheiro Nunes[1], Andreyla Barbosa da Cunha[1], Sebastian Corredera Avalos[1], Nívea Maria Mafra Rodrigues[2], Adriano Ribeiro de Mendonça[1], Gilson Fernandes da Silva[1].

[1] Universidade Federal do Espírito Santo/Departamento de Ciências Florestais e da Madeira, Avenida Governador Lindemberg, 316, Centro - 29550-000 - Jerônimo Monteiro - ES, Brasil, eduarda-rc@live.com.

[2] Universidade de Mato Grosso do Sul, Campus de Chapadão do Sul, Rodovia MS-306, Km105, Zona Rural, Av. Eng. Douglas Ribeiro Pantaleão, 5167, Greenville - 79560-000 - Chapadão do Sul -MS, Brasil.

Resumo

O presente trabalho teve como objetivo comparar modelos hipsométricos para estimar a altura total de árvores de um monocultivo de híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*. O estudo foi realizado em Jerônimo Monteiro, Espírito Santo, em um povoamento aos 60 meses de idade, composto por 198 árvores. Foram avaliados os modelos Parabólico, Curtis, Michaelis-Menten e Logístico, ajustados pelo método dos mínimos quadrados no ambiente R. O desempenho foi avaliado por meio do R^2, R^2 ajustado, RMSE, viés, significância dos parâmetros e análise gráfica dos resíduos. Os modelos apresentaram desempenho semelhante, com R^2 entre 70,18% e 70,56% e RMSE percentual em torno de 15%. O modelo Logístico apresentou o maior R^2 (70,56%) e o menor RMSE (2,8541 m), enquanto o Michaelis-Menten apresentou o maior R^2 ajustado (70,29%). Concluiu-se que o modelo Logístico apresentou o melhor desempenho, embora sua superioridade tenha sido discreta, sendo necessária a validação específica antes da aplicação em outros povoamentos.

Palavras-chave: Relação Hipsométrica. Mensuração Florestal. Inventário Florestal.

Área do Conhecimento: Ciências Agrárias. Engenharia Florestal.

Introdução

O gênero *Eucalyptus* apresenta elevada importância para o setor florestal brasileiro, destacando-se pela elevada produtividade, rápido crescimento, ampla adaptação edafoclimática e versatilidade de uso, tanto em plantações homogêneas quanto em sistemas silvipastoris (Oliveira *et al.*, 2010; Longue Júnior; Colodette, 2013). Nesses plantios, a estimativa precisa da altura total é indispensável ao cálculo de volume, planejamento da colheita e manejo técnico-operacional do povoamento (Pretzsch, 2009).

A medição direta da altura total pode ser onerosa e suscetível a erros, especialmente em condições que dificultam a visualização do topo das árvores. O uso de clinômetros e hipsômetros requer condições adequadas e operadores experientes, o que pode impactar o custo e tempo de coleta. Essas limitações justificam o uso de equações hipsométricas que estimam a altura a partir de variáveis de fácil obtenção, como o diâmetro a 1,30 m do nível do solo (D), sendo amplamente empregadas em inventários e manejo florestal (Soares; Tomé, 2002; Zuur; Ieno; Smith, 2007).

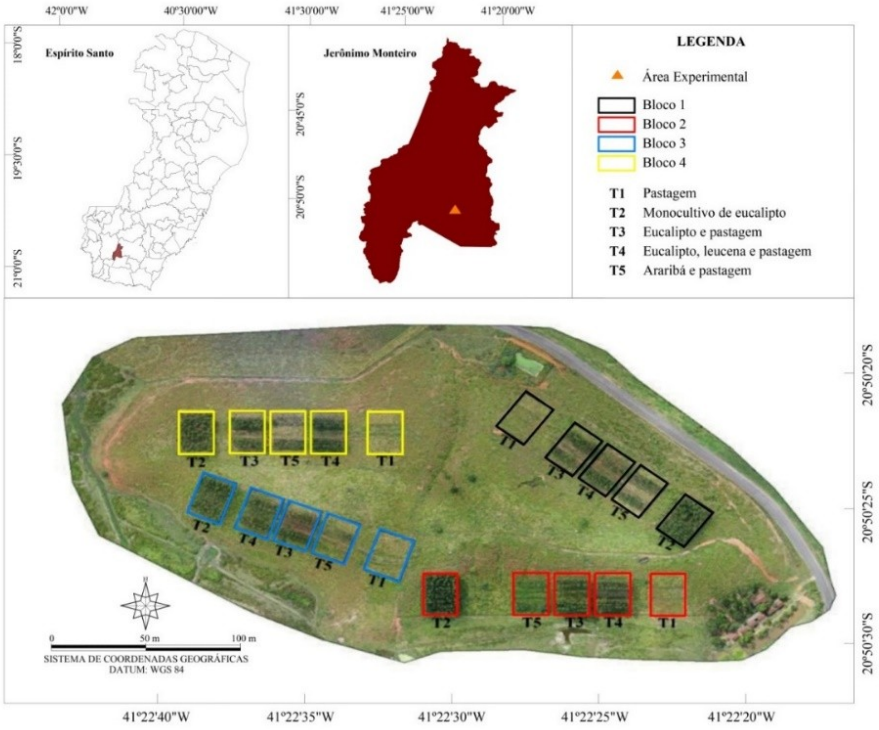
Nesse contexto, este trabalho teve como objetivo comparar diferentes modelos hipsométricos para estimar a altura total de árvores de um monocultivo de híbrido *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* inserido em área de sistema silvipastoril.

Metodologia

Caracterização da área de estudo

O estudo foi realizado em uma área experimental composta por diferentes modelos de sistemas silvipastoris, situada nas coordenadas 20° 50' 27" Sul e 41° 22' 22" Oeste, com altitude de 120 a 900 m, localizada no município de Jerônimo Monteiro, Espírito Santo (Figura 1).

Figura 1 – Localização da área de estudo.



Fonte: Costa, E. R. (2023).

De acordo com Köppen, o clima da região é Aw, caracterizado por apresentar clima tropical chuvoso, com inverno seco (Alvares *et al*., 2013). A temperatura média anual é de 24,6 °C e precipitação média anual de 1.732,8 mm (Guimarães; Caiado; Silva, 2020). O solo é caracterizado como Latossolo Vermelho-Amarelo Distrófico (Silva *et al*., 2021).

O estudo foi conduzido no Bloco 2, Tratamento 2, correspondente a um monocultivo de eucalipto (*Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla*), implantado em dezembro de 2017. A área experimental situa-se em encosta de face sul (orientação = 180°) com declividade de 22°. O plantio foi estabelecido no espaçamento 3,0 x 2,0 m, em uma área de 1.750 m² (50 x 35 m), equivalente a 1.666,67 árvores/ha com base no espaçamento adotado.

Coleta de dados

Realizou-se um censo florestal, aos 60 meses de idade, medindo-se as 198 árvores. Foram registradas as variáveis: número de árvores, diâmetro a 1,3 m do nível do solo (*D*), com fita diamétrica, e a altura total (*H*), obtida com uso do clinômetro Suunto.

Ajuste dos modelos hipsométricos

Foram ajustados quatro modelos hipsométricos, sendo um linear, denominado Parabólico, e três modelos não lineares: Curtis, Michaelis-Menten e Logístico (Tabela 1). A modelagem foi realizada em ambiente R, utilizando-se a função lm() para o modelo Parabólico e a função nlsLM(), do pacote *minpack.lm*, para os modelos não lineares (R Core Team, 2026). Os ajustes foram realizados utilizando o conjunto completo de dados obtidos no censo florestal. Os parâmetros foram estimados pelo método dos mínimos quadrados, sendo empregado o algoritmo de Levenberg-Marquardt no ajuste dos modelos não lineares.

Tabela 1 – Modelos hipsométricos avaliados

Modelo Parabólico (Linear)	$\widehat{H}=\beta_0+\beta_1 D+\beta_2 D^2+\varepsilon$
Modelo de Curtis (Não linear)	$\widehat{H}=\beta_0\ e^{\beta_1\left(\frac{1}{D}\right)}+\varepsilon$
Modelo de Michaelis-Menten (Não linear)	$\widehat{H}=\frac{\beta_0\ D}{\beta_1+D}+\varepsilon$
Modelo Logístico (Não linear)	$\widehat{H}=\frac{\beta_0}{1+e^{\frac{\beta_1-D}{\beta_2}}}+\varepsilon$

Em que: D = diâmetro a 1,30 m de altura (cm); $\widehat{H}$ = altura total estimada (m); β_i = parâmetros do modelo.
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Avaliação dos modelos

A avaliação do desempenho dos modelos foi conduzida a partir de três abordagens complementares: (i) análise de significância dos parâmetros estimados por meio do teste t de Student (α = 5%), para verificar a contribuição de cada parâmetro estimado; (ii) comparação das estatísticas de desempenho aplicadas à comparação da acurácia das estimativas de altura total (Tabela 2); e (iii) análise gráfica dos resíduos relativos em função das alturas estimadas e da relação entre alturas observadas e estimadas. Os resíduos relativos foram calculados pela diferença entre a altura observada e estimada, dividida pela altura observada e expressa em porcentagem.

Tabela 2 – Estatísticas de desempenho utilizadas para avaliação dos modelos.

Coeficiente de determinação	$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(H_i-\widehat{H}_i\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(H_i-\overline{H}_i\right)^2}$
Coeficiente de determinação ajustado	$R^2_{aj}=1-\left(1-R^2\right)\left[\frac{(n-1)}{n-p}\right]$
Raiz do quadrado médio do erro	$RMSE=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(H_i-\widehat{H}_i\right)^2}$
Viés médio (Bias)	$Viés=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\widehat{H}_i-H_i\right)$

Em que: $H_i=¿$ altura total observada (m); $\widehat{H}_i=$ altura total estimada (m); $\overline{H}_i=¿$ média das alturas totais observadas (m); n = número de observações; p = número de parâmetros do modelo.
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A análise conjunta das estatísticas de ajuste e das representações gráficas foi utilizada para comparar o comportamento dos modelos e identificar eventuais tendências de superestimação ou subestimação ao longo da amplitude das alturas estimadas (IPEF, 2001; Soares; Tomé, 2002).

Resultados

No modelo Parabólico, o intercepto β_0 não foi significativo, enquanto os demais parâmetros β_1 e β_2 foram significativos (Tabela 3). Nos modelos Curtis, Michaelis-Menten e Logístico, todos os parâmetros foram significativos a 0,1%.

Tabela 3 – Estimativas dos parâmetros e teste de significância dos modelos hipsométricos ajustados para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla.*

Modelo	Parâmetro	Estimativa	Erro Padrão	t	*p*-valor
Parabólico	β_0	-0,2375	2,0471	-0,116	0,9078 ^{ns}
	β_1	1,7917	0,2884	6,213	$3,08 \times 10^{-9}$ ***
	β_2	-0,0276	0,0095	-2,911	0,00403 **
Curtis	β_0	39,3881	1,3714	28,72	$< 2 \times 10^{-16}$ ***
	β_1	-9,6487	0,4898	-19,70	$< 2 \times 10^{-16}$ ***
Michaelis-Menten	β_0	66,8420	7,770	8,602	$2,50 \times 10^{-15}$ ***
	β_1	34,5160	5,817	5,933	$1,32 \times 10^{-8}$ ***
Logístico	β_0	28,7890	1,6930	17,005	$< 2 \times 10^{-16}$ ***
	β_1	9,6613	0,6982	13,837	$< 2 \times 10^{-16}$ ***
	β_2	5,8561	0,8596	6,813	$1,16 \times 10^{-10}$ ***

Nota: *** significativo a 0,1%; ** significativo a 1%; * significativo a 5%; ^{ns} não significativo.
Fonte: elaborado pelo próprio autor.

As estatísticas de desempenho foram semelhantes entre os modelos (Tabela 4), com R^2 entre 70,18% e 70,56% e R^2 ajustado entre 70,02% e 70,29%. Os modelos Logístico e Parabólico apresentaram os maiores R^2 e menores RMSE, enquanto Michaelis-Menten apresentou o maior R^2 ajustado e Curtis desempenho ligeiramente inferior. Os vieses foram inferiores a 0,1% em todos os ajustes, indicando ausência de tendência global expressiva de superestimação ou subestimação.

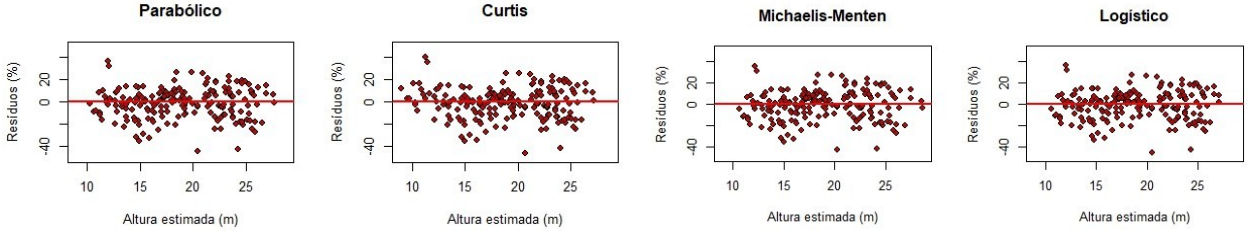
Tabela 4 – Estatísticas de desempenho dos modelos hipsométricos ajustados para *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla.*

Modelo	R^2 (%)	R^2aj (%)	RMSE (m)	RMSE (%)	Viés (m)	Viés (%)
Parabólico	70,55	70,25	2,8543	15,04	0,00	0,00
Curtis	70,18	70,02	2,8729	15,14	-0,012	-0,06
Michaelis-Menten	70,45	70,29	2,8597	15,07	0,009	0,05
Logístico	70,56	70,25	2,8541	15,04	0,0011	0,01

Fonte: elaborado pelo próprio autor.

A análise gráfica confirmou a proximidade entre os modelos. Os resíduos distribuíram-se predominantemente ao redor da linha de erro zero (Figura 2), embora tenham ocorrido valores de maior magnitude em algumas árvores, indicando que o diâmetro, isoladamente, não explica toda a variabilidade da altura total.

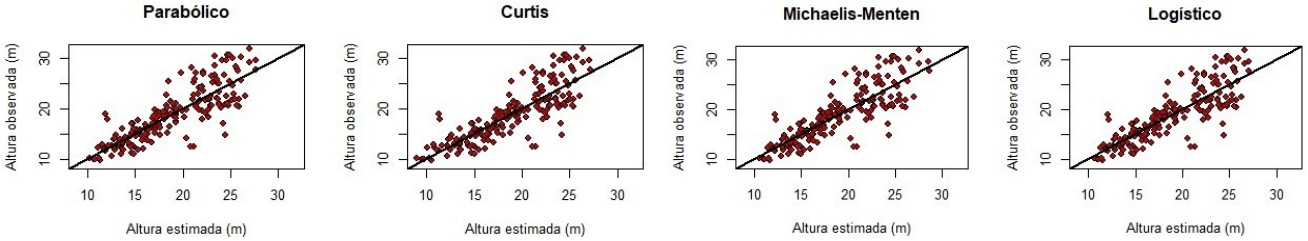
Figura 2 – Distribuição residual pelos modelos hipsométricos avaliados.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Na relação entre alturas observadas e estimadas, os pontos acompanharam a linha 1:1, embora com dispersão crescente nos intervalos entre 17,0 e 28,0 m de altura (Figura 3). Visualmente, não foram observadas diferenças acentuadas entre os quatro modelos quanto ao padrão geral das estimativas.

Figura 3 – Relação das alturas observadas e estimadas pelos modelos hipsométricos avaliados.



Fonte: elaborado pelo próprio autor.

Discussão

Os quatro modelos apresentaram desempenho semelhante, com R^2 próximos a 70% e RMSE percentual em torno de 15%, indicando pequenas diferenças entre as equações no intervalo analisado. Embora o Logístico tenha apresentado o maior R^2 e menor RMSE, sua vantagem em relação ao Parabólico e ao Michaelis-Menten foi discreta, enquanto Curtis apresentou desempenho ligeiramente inferior. Assim, a seleção deve considerar conjuntamente as estatísticas de ajuste e o comportamento dos resíduos (Soares; Tomé, 2002; Pretzsch, 2009).

Melo *et al*. (2017) avaliando clones de *Eucalyptus* sp., verificaram melhor desempenho de modelos logísticos em relação aos modelos Parabólico e Curtis, destacando a utilidade dos modelos não lineares na representação do comportamento assintótico da relação hipsométrica. Lafetá *et al*. (2024), em *Eucalyptus cloeziana*, verificaram bom desempenho preditivo dos modelos de Curtis e Logístico. Kruchelski *et al*. (2022), avaliando modelos não lineares para *Eucalyptus benthamii,* observaram que diferentes modelos descrevem satisfatoriamente a relação altura-diâmetro, com variações entre sistemas de produção. Aguiar Júnior *et al*. (2022), em clones de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* em sistema agrossilvipastoril, observaram bom ajuste e destacaram a influência do material genético sobre essas relações. Esses resultados reforçam a importância de considerar as características do povoamento, como material genético, idade, competição e condições de crescimento.

A dispersão observada evidencia que o diâmetro não explica isoladamente toda a variação da altura, uma vez que a relação hipsométrica também pode ser influenciada por fatores de sítio, competição e densidade do povoamento (Soares; Tomé, 2002; Pretzsch, 2009). Ressalta-se ainda que os modelos foram ajustados e avaliados com as mesmas 198 árvores, portanto, os resultados representam a qualidade de ajuste ao povoamento estudado, e sua aplicação a outras condições requer validação específica.

Conclusão

Todos os modelos apresentaram desempenho semelhante, com pequenas diferenças entre os critérios avaliados, podendo ser indicados para a estimativa da altura a partir do diâmetro no povoamento estudado.

Referências

AGUIAR JÚNIOR, A. L. de; OLIVEIRA NETO, S. N. de; SOARES, C. P. B.; *et al*. (2022). Modelagem de clones de eucalipto em sistemas agrossilvipastoris. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 57 (Z), e02547. https://doi.org/10.1590/S1678-3921.pab2022.v57.27039.

ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711-728, 2013.

COSTA, E. R. **Quantificação de volume, biomassa e carbono do fuste em diferentes sistemas silvipastoris no sul do Espírito Santo**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Jerônimo Monteiro, 2023.

GUIMARÃES, M. A. P.; CAIADO, L. H. L.; SILVA, G. S. **PROATER - Programa de assistência técnica e extensão rural de Jerônimo Monteiro - ES (2020–2023)**: planejamento e programação de ações. INCAPER, 2020.

IPEF – INSTITUTO DE PESQUISAS E ESTUDOS FLORESTAIS. Desempenho de modelos de relações hipsométricas. **Scientia Forestalis**, n. 60, p. 179-190, 2001. Disponível em: https://www.ipef.br/publicacoes/scientia/nr60/cap12.pdf. Acesso em: 20 ago. 2026.

KRUCHELSKI, S.; TRAUTENMÜLLER, J. W.; ORSO, G. A.; *et al*. Modeling of the height-diameter relationship in *Eucalyptus* in integrated crop-livestock systems. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 57, e02785, 2022. DOI: 10.1590/S1678-3921.pab2022.v57.02785.

LAFETÁ, B. O.; SAMPAIO, J. M. B.; MILAGRES, V. A. C.; *et al*. Aplicações de relações hipsométricas e volumetria em povoamento seminal de eucalipto. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, v. 23, n. 3, p. 492-501, 2024. DOI: 10.5965/223811712332024492.

LONGUE JÚNIOR, D.; COLODETTE, J. L. Importância e versatilidade da madeira de eucalipto para a indústria de base florestal. **Pesquisa Florestal Brasileira**, *[S. l.]*, v. 33, n. 76, p. 429-438, 2013. DOI: 10.4336/2013.pfb.33.76.528. Disponível em: https://pfb.sede.embrapa.br/pfb/article/view/528. Acesso em: 1 set. 2026.

MELO, E. A.; CALEGARIO, N.; MENDONÇA, A. R.; *et al*. Modelagem não linear da relação hipsométrica e do crescimento das árvores dominantes e codominantes de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, v. 27, n. 4, p. 1325-1338, 2017. DOI: 10.5902/1980509829895.

OLIVEIRA, T. K. de; MACEDO, R. L. G.; VENTURIN, N.; HIGASHIKAWA, E. M. Desempenho Silvicultural e Produtivo de Eucalipto sob Diferentes Arranjos Espaciais em Sistema Agrossilvipastoril. **Pesquisa Florestal Brasileira**, *[S. l.]*, n. 60, p. 01, 2010. Disponível em: https://pfb.sede.embrapa.br/pfb/article/view/40. Acesso em: 1 set. 2026.

PRETZSCH, H. **Forest Dynamics, Growth and Yield**: From Measurement to Model. Berlin: Springer, 2009.

R Core Team. **R: A language and environment for statistical computing**. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2026. Disponível em: https://www.R-project.org/. Acesso em: 20 ago. 2026.

SILVA, G. F da.; MENDONÇA, A. R. de.; TORRES, C. M. M. E.; *et al*. (2021). Avaliação econômica de diferentes modelos de sistemas silvipastoris. In: GONÇALVES, F. G. *et al*. (Org.). **Sistemas Integrados de Produção: pesquisa e desenvolvimento de tecnologias**. 1ed. Guajará, SP: Científica Digital, 2021, cap. 12, p. 217-252. DOI: 10.37885/210705396.

SOARES, P.; TOMÉ, M. Modeling Forest Tree Height-Diameter Relationships for Even- and Uneven-Aged Stands. **Forest Ecology and Management**, v. 163, n. 1-3, p. 87-102, 2002.

ZUUR, A. F.; IENO, E. N.; SMITH, G. M. **Analysing Ecological Data**. New York: Springer, 2007.